

fic infinito: $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{z\lambda}{r} \hat{r}$

$\vec{B} = \mu_0 \frac{I}{2R\pi} \hat{e}_\phi$

$C = 4\pi\epsilon_0 r$ (condutor isolado)

plano delimitado: $\vec{E} = \pm \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{e}_z$

$W^c = \frac{1}{2} \sum Q_i V_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(4 \cdot \frac{Q^2}{a} + 2 \frac{Q^2}{a\sqrt{2}} \right)$

$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r}$

Expressões

$\vec{E}_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_{oi}^2} \hat{r}_{oi}$ ✓	$V_A - V_B = \int \vec{E} \cdot d\vec{r}$ ✓ <small>$W = q\Delta V = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_0} - \frac{1}{r} \right)$</small>	$\vec{J} = Nq\vec{v} = \rho\vec{v} = \frac{Q}{\pi R^2} \omega \hat{e}_\phi$ ✓	$\vec{J} = \sigma_c \vec{E}$ ✓		
$I = \iint_S \vec{J} \cdot \vec{n} dS$ ✓ $I = JA$	$R = \frac{\rho_c l}{A}$; $\rho_c = \frac{1}{\sigma_c}$ ✓	$C = \frac{Q}{V}$ $C = \frac{\epsilon_0 S}{d}$ (plano) $C = \frac{4\pi\epsilon_0 ab^2}{(b-a)}$ (cilindro)	$I = \frac{dQ}{dt}$ ✓ $\theta = \omega t$		
$\nabla \cdot \vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$ ✓	$V = RI$ / $\mathcal{E} = RI$	$P = VI$ ✓ $\vec{p}_{m} = \vec{F} \vec{v}$ <small>Empate Joule</small>	Fluxo - geometria $\mathcal{E} = N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} A$ $\Phi = LI$ ✓ $\phi = \int \vec{B} \cdot \vec{n} dS$ <small>Fluxo = $\int \vec{E} \cdot \vec{n} dS = N \frac{1}{\pi R^2} A \omega \int \vec{B} \cdot \vec{n} dS$</small>		
Bobinas $V_L = L \frac{dI}{dt}$ ✓ $Z_L = i\omega L$ <small>$\vec{B} = \mu_0 \frac{I R^2}{2(R^2 + z^2)^{3/2}} \hat{e}_z$ usando bobinas</small>	$V_C = \frac{1}{C} \int I dt$ $Z_C = \frac{1}{i\omega C}$	Condensador $U_C = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{Q^2}{2C}$ ✓ $u_E = \frac{1}{2} \vec{E} \cdot \vec{D} = \frac{1}{2} \epsilon E^2$ ✓	Solenóide $U_L = \frac{1}{2} LI^2$ ✓ $\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt}$ $u_B = \frac{1}{2} \vec{B} \cdot \vec{H} = \frac{1}{2\mu} B^2$ ✓ $\mathcal{E}_z = \text{Mom } I$		
$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$ ✓ <small>$F_{mag} = q\vec{v} \times \vec{B}$</small>	$\vec{F}_m = \int I d\vec{l} \times \vec{B}$ ✓ <small>$= I \lambda \vec{B}$ $\vec{B} \perp \vec{e}$ (indireto)</small>	$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{I d\vec{x}}{r^2} \hat{e}_1 \times \hat{e}_r$ ✓	$a_N = \frac{v^2}{r}$ $m \frac{v^2}{r} = qvB$ ✓ $\vec{v} \perp \vec{B}$ $E_m = 2qV_0$		
$\nabla \cdot \vec{D} = \rho$ ($\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon}$) ✓	$\nabla \cdot \vec{B} = 0$ ✓	$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ ✓	$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ ✓ <small>$W = qV \rightarrow \frac{1}{V} \vec{E}$</small>		
$\oiint_S \vec{D} \cdot \vec{n} dS = Q_{int}$ ✓ $\oiint_S \vec{E} \cdot \vec{n} dS = \frac{Q_{int}}{\epsilon}$	$\oiint_S \vec{B} \cdot \vec{n} dS = 0$ ✓ $\oiint_S \vec{B} \cdot \vec{n} dS = \mu_0 \sum I_{int}$	$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$ ✓	$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{int} + \frac{d\Phi_D}{dt}$ ✓		
$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$ ✓ <small>$\Delta U = U_{ext} - U_{int}$ $U = -pE \cos \theta$</small> $\vec{P} = \epsilon_0 \chi_c \vec{E}$ ✓ <small>$p = qd \cos \theta$</small> $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$ ✓ $\vec{\epsilon} = \epsilon_0 (1 + \chi_c)$ ✓ $\sigma_{pol} = \vec{P} \cdot \vec{n}_D$ ✓ $\rho_{pol} = -\nabla \cdot \vec{P}$ ✓	$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$ ✓ <small>$M = \chi_m H$</small> $\vec{H} = \frac{1}{\mu} \vec{B}$ ✓ <small>$M = \chi_m H$</small> $\mu = \mu_0 (1 + \chi_m)$ ✓ $\vec{J}_m = \vec{M} \times \vec{n}_C$ ✓ $\vec{J}_M = \nabla \times \vec{M}$ ✓	$\langle \mu_{eff} \rangle = \frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon_0^2$ $\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H} = \frac{1}{\mu} \vec{E} \times \vec{B}$ ✓ $I = \langle \vec{S} \rangle = \frac{1}{2} \epsilon \cos \epsilon_0^2 = \langle \mu_{eff} \rangle$ $P = \iint_S \vec{S} \cdot \vec{n} dS$ ✓ $P = \iint_V \vec{J} \cdot \vec{v} dV = \iint_S \vec{S} \cdot \vec{n} dS - \frac{d}{dt} \iint_V u_{em} dV$	$\nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0$ ✓ $\nabla^2 \vec{B} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = 0$ ✓ $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = 3.0 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$ ✓ $c_m = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_m \mu_m}}$ ✓ $\frac{\mu_E}{\mu_B} = 1$		
$\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \text{ C}^2 \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2}$ ✓ $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ NA}^{-2}$ ✓ $q_e = 1.609 \times 10^{-19} \text{ C}$ ✓ $m_e = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$ ✓	$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ $\lambda = \frac{R}{2L}$	$\vec{E}' = E_0 \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \phi)$ $I = I_0 e^{-2\alpha} \cos(\omega t + \phi)$ $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2}$	$F_x _{Q=Cte} = -\frac{\partial U}{\partial x}$ ✓ $F_x _{V=Cte} = \frac{\partial U}{\partial x}$ ✓		
$f = \frac{1}{T}$ ✓	$\omega = \frac{2\pi}{T}$ ✓ <small>$\omega = \frac{v}{R}$ $\omega = kv$</small>	$\lambda = vT$ <small>$v = \frac{c}{n}$ $n = \frac{c}{v}$</small>	$k = \frac{2\pi}{\lambda}$	$n_m = \frac{c}{c_m}$	Lei de refração de Snell $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$
$\sin \theta_c = \frac{n_2}{n_1}$	$\tan \theta_B = \frac{n_2}{n_1}$	$d \sin \theta = m\lambda$	$d \sin \theta = m\lambda + \frac{\lambda}{2}$	$a \sin \theta = m\lambda$	$\frac{ \vec{E} }{l} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}$ <small>Foixa entre duas correntes</small>

Integração sobre o \vec{E}
 $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$

$\oiint_S \vec{D} \cdot \vec{n} dS = Q_{int}$
 $= \rho_{int} V$
(Se ρ cont e θ variam)
Valor Relativo

Resistência superficial
a carga de
sola ρ_{pol} $\cos \theta$

Efeito Hall

$\Delta V_H = \frac{R_H}{t} IB$
 $R_H = \frac{1}{Nq}$ distância
densidade portadores carga

$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8,9877 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$

$v = \frac{R I}{N a d^2}$ ($\vec{B} = a \times v$)
 $l = 2\pi r N$ (unipolar)
Sup. esférica: $4\pi r^2$
Sup. cilíndrica: $2\pi r h$

Lei de Coulomb: $|\vec{F}_{12}| = |\vec{F}_{21}| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_1 q_2|}{r_{12}^2}$ Exp. Coulomb: 2016
Exp. Gauss: 2017

Princípio da Sobreposição: $\vec{E}_p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_{ip}^2} \vec{e}_{r_{ip}}$

$\vec{F}_e = -q_0 \vec{E}$
(N)

$W_e = \int_A^B -q_0 \vec{E} \cdot d\vec{r}$
(J)

$V(P) = \frac{W_e}{q_0} = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r}$ $dV = \vec{E} \cdot d\vec{r}$
($\frac{J}{C} = \text{Volt}$)

Força elétrica - força criada na carga q_0 pelo campo elétrico \vec{E}

Trabalho da força elétrica - energia gasta para transportar uma carga de A a B

potencial elétrico - energia potencial para transportar uma carga de A a B: $(V_A - V_B)$

$\vec{E}_1 = \frac{F_{e0}}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r_1^2} \vec{e}_{r_1}$
($\frac{N}{C}$)

$\vec{E} = -\nabla V$

$V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_i}$

potencial elétrico a uma distância r de uma carga pontual

Campo elétrico - força por unidade de carga num dado ponto do espaço

Formulas Generalizadas para uma distribuição contínua

$|\vec{p}| = |q \vec{d}|$

distância

$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r^2} \vec{e}_r$ (N/C)

Campo elétrico

Momento dipolar -

duas cargas simétricas q à distância d quando se separam geram momento

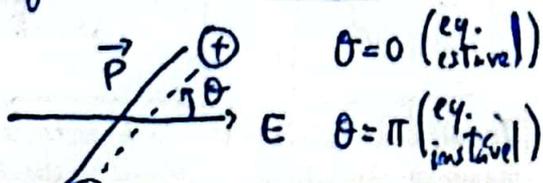
$\vec{V} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r}$ ($\frac{J}{C}$) ou Volt

densidade carga

$U = -\vec{p} \cdot \vec{E} = -pE \cos\theta$

potencial elétrico

Energia Potencial de um dipolo



- Volume $dq = \rho dV$
- Superfície $dq = \sigma dS$
- Linha $dq = \lambda dl$

$$\phi = \oint_S \vec{E} \cdot \vec{n} dS = \frac{\sum Q_i}{\epsilon_0} \quad d\phi = \vec{E} \cdot \vec{n} dS \Rightarrow \text{Cargas exteriores não contribuem para o fluxo}$$

$$= \vec{E} \cdot d\vec{A} = E \cos \alpha dA$$

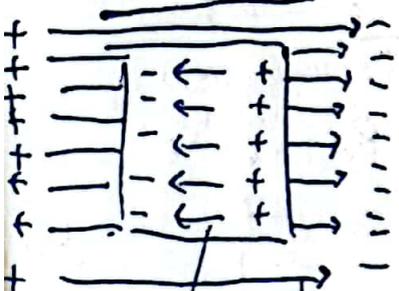
fluxo elétrico - medida da quantidade de campo elétrico a passar através de uma superfície

$$\phi = \frac{\sum Q_i}{\epsilon_0} = \frac{1}{\epsilon_0} \iiint_V \rho dV$$

fluxo por unidade de volume

$$\text{div } \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad \nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

Num condutor:

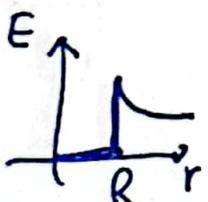


$\vec{E}_{int} = 0$ (Não há cargas)
 $\Rightarrow \nabla V = \vec{0}$
 $\Rightarrow V_{int} = \text{Constante}$
 $\Rightarrow \rho_{int} = 0$

Campo elétrico = campo elétrico aplicado

Campo elétrico induzido

Num esfera condutora



Campo eletrostático é um campo conservativo ($\vec{E} = -\nabla V$)

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

integral cíclico do campo eletrostático

Um campo eletrostático não tem linhas de força fechadas

$$\text{rot } \vec{E} = 0$$

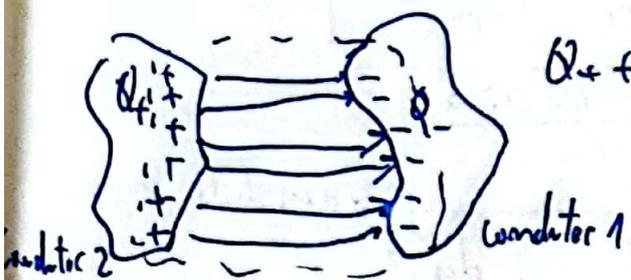
$$\nabla \times \vec{E} = 0$$

limite circulação por unidade de área

no infinito $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\lambda}{r}$

plano dielétrico $\vec{E} = \pm \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \vec{e}_z$

Teorema dos elementos correspondentes



$$Q_+ + Q_- = 0$$

As cargas correspondentes no mesmo conjunto de linhas de força nos dois condutores têm mesmo módulo e sinais contrários

Coefficientes de capacidade:

n condutores

$$Q_m = C_{m1}V_1 + C_{m2}V_2 + \dots + C_{mn}V_n$$

$C_{ij} \rightarrow$ coeficiente de capacidade

Condensador: dispositivo para acumular energia de energia elétrica

$$C = \frac{Q}{\Delta V}$$

$$C = \frac{\epsilon_0 S}{d}$$

$\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$ (placas)

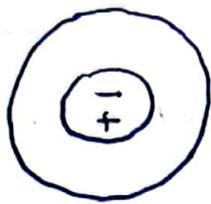
$$C = \frac{4\pi\epsilon_0 R_1 R_2}{(R_2 - R_1)}$$

placas esféricas

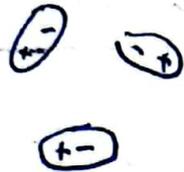
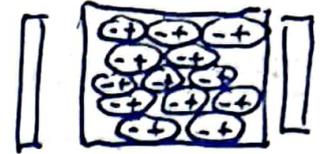
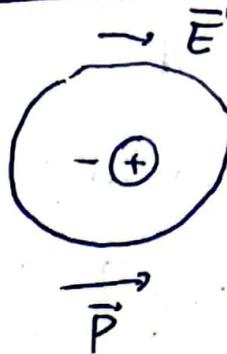
$$Q = \oint \sigma ds \quad \left(\frac{C}{V}\right) = (F)$$

Capacidade condensador plano e cilíndrico Capacidade condensador esférico

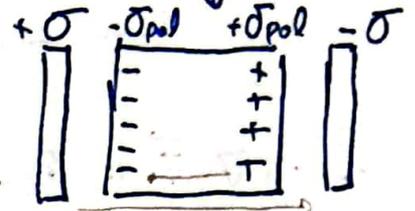
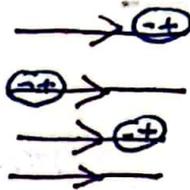
3 Campo elétrico na presença de dielétricos:



polariização por deformação



polariização por orientação



\vec{m}_0

Numero de dipolos por unidade de volume

$$p = qd$$

Vetor Polariização

$$\vec{P} = \frac{\sum \vec{p}}{\text{Vol}} = Nq\vec{d}$$

Se os dipolos estarem alinhados

$$\vec{P} = \epsilon_0 \chi_E \vec{E}$$

suscetibilidade elétrica

Dipolo elétrico (momento dipolar) - momento quando se separam duas cargas

Polariização (microscópica): momento dipolar induzido por unidade de volume

Polariização em meios lineares homogêneos e isotrópicos (LHI)

$$q_{pol} = q' = NqV = Nq(Sd \cos \theta)$$

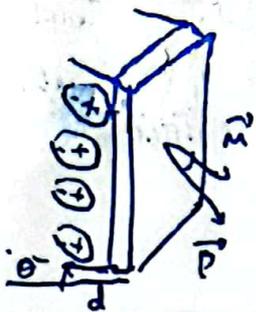
$$\sigma_{pol} = \sigma' = -\frac{q_{pol}}{S} = -Nq d \cos \theta$$

Carga de polariização

Densidade superficial de carga de polariização

$$\rho' = \frac{dq'}{dV}$$

$$\sigma' = \frac{dq'}{dS}$$



$$\sigma_{pol} = \vec{P} \cdot \vec{n}$$

$$q' = q_{pol} = \iiint_V \rho' dV + \iint_S \sigma' ds = 0$$

$$= \iiint_V \rho' dV + \iint_S \underbrace{\vec{P} \cdot \vec{n}}_{T. Gauss} ds = 0$$

$$\Rightarrow \iiint_V (\rho' + \nabla \cdot \vec{P}) dV = 0$$

$$\sigma_{pol} = \vec{P} \cdot \vec{n}$$

$$\rho_{pol} = -\nabla \cdot \vec{P}$$

$\epsilon > \epsilon_0 \Rightarrow E(\text{elétrico}) < E_0(\text{sl dielétrico})$

porque \vec{E} do dielétrico tem sentido oposto ao \vec{E} do condensador

No vácuo:

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

e

$$\oint_S \vec{E} \cdot \vec{n} \, dS = \frac{1}{\epsilon_0} \sum q_{int}$$

Na presença de dielétricos; ou seja, na presença de cargas de polarização

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho + \rho'}{\epsilon_0}$$

e

$$\oint_S \vec{E} \cdot \vec{n} \, dS = \frac{1}{\epsilon_0} \sum (q_{int} + q'_{int})$$

$$\epsilon_0 \cdot \nabla \cdot \vec{E} = \rho - \nabla \cdot \vec{P}$$

substituindo em (1) $\vec{P} = \epsilon_0 \chi_E \vec{E}$

$$\Leftrightarrow \epsilon_0 \nabla \cdot \vec{E} + \nabla \cdot \vec{P} = \rho$$

$$\Rightarrow \vec{D} = \epsilon_0 (1 + \chi_E) \vec{E}$$

$$\Leftrightarrow \nabla \cdot (\epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) = \rho$$

$$\Rightarrow \nabla \cdot \vec{D} = \rho$$

$$\Rightarrow \oint_S \vec{D} \cdot \vec{n} \, dS = \sum q_{int}$$



$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} \quad \left(\frac{C}{m^2} \right)$$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \quad (1)$$

e

$$\epsilon = \epsilon_0 (1 + \chi_E) \quad \left(\frac{F}{m} \right)$$

Vetor deslocamento elétrico:

Só depende das cargas livres: q, ρ, σ

Não depende das cargas de polarização

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon}$$

$$\oint_S \vec{E} \cdot \vec{n} \, dS = \frac{1}{\epsilon} \sum q_{int}$$

$$\oint_S \vec{D} \cdot \vec{n} \, dS = \sum q_{int}$$

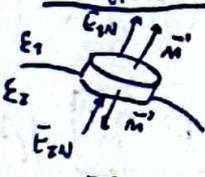
$$\Leftrightarrow D_{1N} - D_{2N} = \sigma$$

$$D_{1N} = D_{2N} = \sigma$$

$$E_{1N} = E_{2N} = \frac{\sigma}{\epsilon}$$

$$\frac{E_{1N}}{\epsilon_2} = \frac{E_{2N}}{\epsilon_1}$$

Condições fronteira entre dois dielétricos



$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\Rightarrow E_{1T} l - E_{2T} l = 0$$

$$E_{1T} = E_{2T}$$



$$D_{1N} - D_{2N} = \sigma$$

$$E_{1N} - E_{2N} = \frac{\sigma}{\epsilon}$$

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

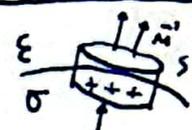
$$\Leftrightarrow E_{1T} l - E_{2T} l = 0$$

$$E_{1T} = E_{2T} = 0$$

Permitividade elétrica

do meio: quanto mais permitividade do material, polariza melhor na presença de um campo elétrico

Condições de fronteira entre condutor e dielétrico



$$q_{int} = 0 = E_{2T}$$

$$W^e = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^M q_i V_i \quad (J)$$

Energia do campo elétrico:

energia para trazer todas as cargas do infinito até às respectivas posições/trabalho para formar o sistema.

$$W^e = \frac{1}{2} \sum Q_i V_i \quad \text{Energia elétrica de um sistema de condutores}$$

$$W^R = \iiint_V \frac{1}{2} \epsilon E^2 dV = \iiint_V \frac{1}{2} \vec{E} \cdot \vec{D} dV$$

Energia elétrica - expressão Maxwell

Método dos trabalhos virtuais: $dU + dW = 0$ (Lei de conservação de energia)

$$F_x |_{Q \text{ const}} = - \frac{dU}{dx}$$

Carga constante: Sistema isolado

$$\vec{J} = Nq\vec{v} \quad \vec{v} = \frac{dx}{dt} \vec{e}_x$$

Vetor densidade de corrente

N - densidade portadores carga [m^{-3}]

q - carga portadores carga

\vec{v} - velocidade dos portadores

$$\oiint_S \vec{J} \cdot \vec{m} dS = - \frac{d}{dt} \iiint_V \rho dV$$

$$\Rightarrow \iiint_V (\nabla \cdot \vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t}) dV = 0$$

$$\nabla \cdot \vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

Equação da continuidade



Corrente elétrica estacionária:

O valor da corrente é o mesmo em qualquer seção de um condutor independentemente da sua área



Formula generalizada para distribuições de carga contínuas:

$$W^e = \frac{1}{2} \iiint_S \sigma v ds + \frac{1}{2} \iiint_V \rho v dV$$

Energia campo elétrica

$$W^e = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} C V^2$$

Energia elétrica de um condensador

$$u_E = \frac{dW^e}{dV} = \frac{1}{2} \epsilon E^2 = \frac{1}{2} \vec{E} \cdot \vec{D}$$

Densidade de energia elétrica

valor dessa densidade

isto

$$P = \frac{F}{A}$$

Pressão

$$F_x |_{V \text{ const}} = \frac{dU}{dx}$$

Potencial constante: Sistema não isolado

$$\rho = Nq = \frac{dQ}{dV}$$

Densidade carga associada aos portadores de carga

$$I = \iint_S \vec{J} \cdot \vec{m} dS \quad \text{Fluxo de } \vec{J}$$

Corrente elétrica (intensidade de corrente: quantidade de carga que passa por uma dada área num dado tempo

$$I = \frac{dQ}{dt} \quad \left(\frac{C}{s} \right)$$

$$\vec{J} = \sigma_c \vec{E}$$

↑
condutividade elétrica

$$I = \iint_S \vec{J} \cdot \vec{m} ds = |\vec{J}| A = \sigma_c |\vec{E}| A \Rightarrow |\vec{E}| = \frac{I}{\sigma_c A}$$

Como $V = |\vec{E}| l \Rightarrow V = \frac{l}{\sigma_c A} I$

$$R_c = \frac{l}{\sigma_c A}$$

Resistência Elétrica

$$V = R I$$

Lei de Ohm

$$R = \frac{l}{\sigma_c A} = \frac{\rho_c l}{A}$$

Resistência elétrica
(para um condutor de seção uniforme)

Caso geral:

$$R = \frac{V}{I} = \frac{\int \vec{E} \cdot d\vec{l}}{\iint_S \sigma_c \vec{E} \cdot \vec{m} ds}$$

$$dW_e = dQ \cdot V \quad P = \frac{dW_e}{dt} = \frac{dQ}{dt} \cdot V = IV$$

$$\sum_{k \in \text{Mó}} I_k = 0$$

1ª Lei de Kirchhoff (Leis dos Nós):

A soma das correntes que saem de uma superfície fechada é nula. (corrente que entra igual à que sai)



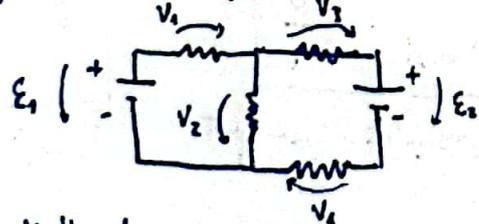
$$I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

$$V = V_1 + V_2 + \dots + V_n$$

$$\sum_{k \in \text{malha}} V_k = 0$$

2ª Lei de Kirchhoff (Lei das Malhas):

A soma das tensões ao longo de um caminho fechado num circuito (malha) é nula.



Malha 1: $-\epsilon_1 + V_1 + V_2 = 0$
 Malha 2: $\epsilon_2 + V_4 - V_2 + V_3 = 0$
 Malha 1-2: $-\epsilon_1 + V_1 + V_3 + \epsilon_2 + V_4 = 0$

$$P = \frac{dW_e}{dt} = VI$$

Potência Elétrica: energia para transportar cargas ao longo do tempo

$$P = RI^2 \quad P = \frac{V^2}{R}$$

que é o tempo relaxação (?)

$$\epsilon = RI$$

Força eletromotriz: energia por unidade de carga (tensão nos terminais da bateria)

Fonte tensão ideal: ϵ é constante (independentemente do circuito exterior) (carga)

Fonte tensão real:

$$-\epsilon + r_i I + RI = 0$$

$$V_R = \left(\frac{R}{R+r_i}\right) \epsilon \quad V_R \approx \epsilon (R \gg r_i)$$

resistência interna da fonte

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + \dots + R_n$$

Resistência em série em regime estacionário

$$I = I_1 + I_2 + \dots + I_n$$

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$$

Resistência em paralelo em regime estacionário

$$V_i = \left(\frac{R_i}{R_1 + R_2 + \dots + R_n}\right) V$$

Divisor de tensão

$$I_i = \left(\frac{R_i}{R_1 + R_2 + \dots + R_n}\right) I$$

Divisor de corrente

$$\vec{F} = q (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

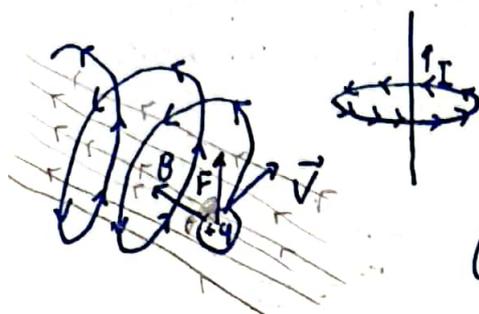
Força de Lorentz

$$\vec{F}_m = q \vec{v} \times \vec{B}$$

força magnética

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q \cdot \vec{v} \times \vec{e}_r}{r^2}$$

Campo magnético



$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I}{R} \vec{e}_\phi$$

Campo magnético de um fio infinito

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_L \frac{I \cdot d\vec{l} \times \vec{e}_r}{r^2}$$

Lei de Biot-Savart

trabalho campo magnético

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2R} \vec{e}_\phi$$

Campo magnético num ponto do eixo simétrico de um espira

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi r} (\sin\theta_2 - \sin\theta_1) \vec{e}_\phi$$

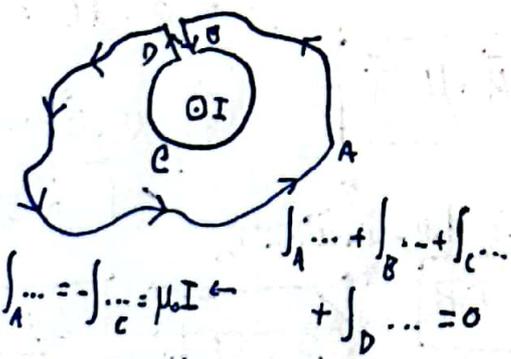
Campo magnético de um fio finito

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = -\mu_0 I$$

Circunferência de circulação em sentido contrário ao da regra da mão direita relativamente a I.

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I_{int}$$

Lei de Ampère



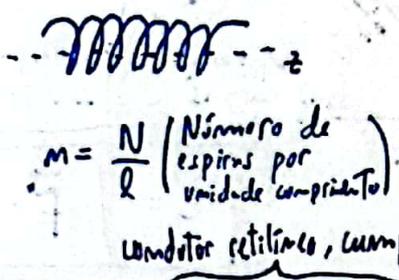
$$\oint_{ABCD} \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0$$

trabalho nulo

Linha fechada c/ corrente no exterior

$$B_z = \mu_0 n I$$

Campo magnético solenoide



$$R = \frac{mv}{qB} = \frac{P}{qB}$$

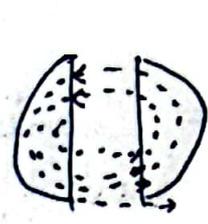
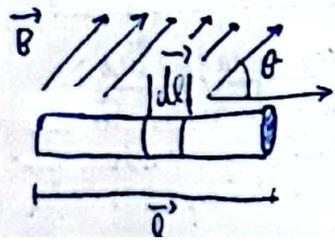
$$\omega = \frac{v}{R} = \frac{qB}{m}$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{qB}{2\pi m}$$

Partículas carregadas, num campo B constante, uniforme e L a v

$$\vec{F}_m = \int I (d\vec{l} \times \vec{B}) = I l B \sin\theta \vec{e}_L$$

Interação entre um campo magnético e corrente elétrica



Ciclotrão (Lawrencil)
- Em cada volta a partícula recebe uma energia $E_m = 2qV_0$

$$\vec{m} = I A \vec{n}'$$

Momento dipolar magnético

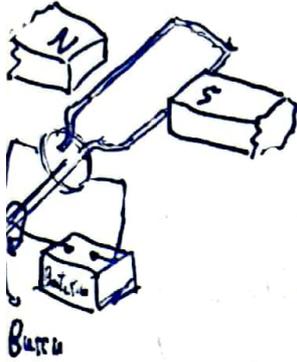
$$M = \vec{m} \times \vec{B}$$

Bimólio exercido por um campo magnético sobre um dipolo

$$U = -\vec{m} \cdot \vec{B}$$

Energia potencial de um dipolo magnético na presença de um campo magnético

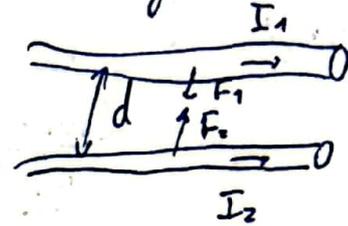
Exemplo aplicação:



Motor de Corrente Contínua

$$\frac{|\vec{F}|}{l} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}$$

Força entre duas correntes paralelas (Força por unidade comprimento).



⇒ Quando as correntes têm o mesmo sentido a força é atrativa, quando não é repulsiva.

$$\oint \vec{B} \cdot \vec{n} ds = 0 \Rightarrow \nabla \cdot \vec{B} = 0$$

Teorema de Gauss para vetores

As linhas do campo \vec{B} são sempre fechadas. Não existem polos magnéticos, apenas dipolos.

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$$

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I_{int}$$

$$\Leftrightarrow \oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \iint_S \vec{J} \cdot \vec{n} ds$$

$$\Leftrightarrow \iint_S (\nabla \times \vec{B}) \cdot \vec{n} ds = \mu_0 \iint_S \vec{J} \cdot \vec{n} ds$$

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I_{int}$$

Lei de Ampère

Efeito Hall

$$\Delta V_H = \frac{R_H}{t} I B$$

Indução Magnética:

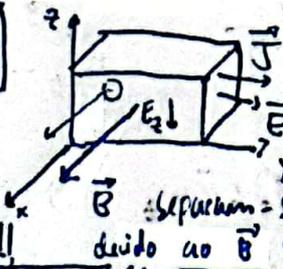
$$R_H = \frac{1}{Nq}$$

Oersted 1820:

Coefficiente de Hall

Correntes elétricas (mesmo estacionária, $I = cte$)

⇒ Campos Magnéticos



separam-se as cargas positivas e negativas devido ao \vec{B} e dessa forma cria-se um \vec{E}_z

$$\epsilon = \int \vec{F} \cdot d\vec{l}$$

Força Eletromotriz

trabalho realizado por uma força para deslocar uma unidade de carga ao longo de um circuito

Faraday 1831:

Campos magnéticos variáveis ($\frac{dB}{dt} \neq 0$)

⇒ Correntes Elétricas (Quando se liga e desliga o interruptor)

$$\epsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$$

$$\Phi = \iint_S \vec{B} \cdot \vec{n} ds$$

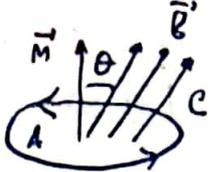
Campos magnéticos estacionários ($\frac{dB}{dt} = 0$)

⇒ Correntes Elétricas

Lei da indução de Faraday

Fluxo magnético: número de linhas do campo magnético que passam por uma dada superfície fechada

$$\mathcal{E} = - \frac{d\phi}{dt}$$



$$I(t) = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{NBA\omega}{R} \sin(\omega t + \alpha)$$

$$\mathcal{E} = - \frac{d}{dt} \left(\iint_S \vec{B} \cdot \vec{n} ds \right)$$

\vec{B} uniforme na superfície

$$\Rightarrow \mathcal{E} = - \frac{d}{dt} [BA \cos \theta]$$

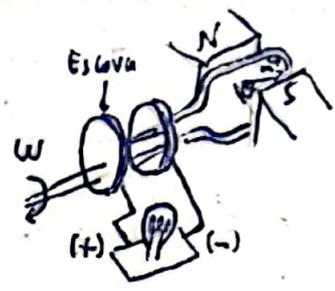
$$\mathcal{E} = - \frac{dB}{dt} [A \cos \theta]$$

Intensidade \vec{B} varia no tempo. A e θ constantes

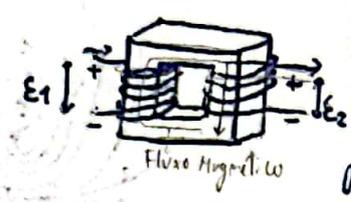
$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$$

Equação da corrente elétrica de um gerador

Convertendo a energia mecânica da rotação do eixo numa variação do campo magnético por pela Lei de Faraday leva à indução de tensões nos terminais gerando energia elétrica.



$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_C \frac{I d\vec{l}}{r}$$



$$\frac{\mathcal{E}_2}{\mathcal{E}_1} = \frac{N_2}{N_1}$$

Equação do transformador

O transformador troca potencial elétrico por corrente elétrica num circuito sem afetar a potência elétrica.

Potencial Magnético: trabalho necessário para mover uma unidade de um polo norte até outro ponto no infinito

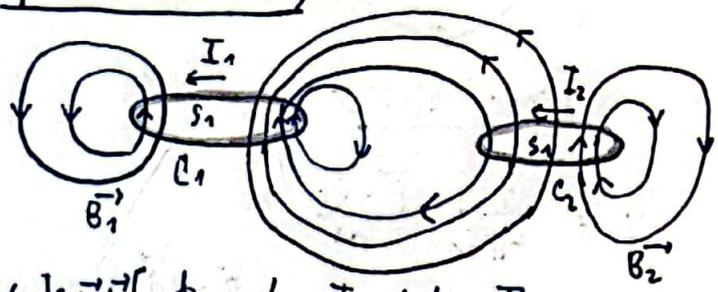
Coefficientes de indução:

$$\text{Para } \phi_1: \phi_1 = \iint_{S_1} (\vec{B}_1 + \vec{B}_2) \cdot \vec{n} ds$$

$$\Rightarrow \phi_1 = \oint_{C_1} \vec{A}_1 \cdot d\vec{l}_1 + \oint_{C_2} \vec{A}_2 \cdot d\vec{l}_1$$

$$\Rightarrow \phi_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{C_1} \oint_{C_2} \frac{I_1 d\vec{l}_1 \cdot d\vec{l}_2}{r_{12}} + \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{C_1} \oint_{C_2} \frac{I_2 d\vec{l}_2 \cdot d\vec{l}_1}{r_{12}}$$

$$\text{Logo, } L_{11} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{C_1} \oint_{C_1} \frac{d\vec{l}_1 \cdot d\vec{l}_1}{r_{11}}; L_{12} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{C_1} \oint_{C_2} \frac{d\vec{l}_1 \cdot d\vec{l}_2}{r_{12}}$$



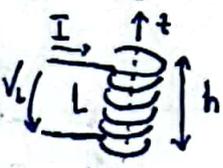
$$\begin{cases} \phi_1 = L_{11} I_1 + L_{12} I_2 \\ \phi_2 = L_{21} I_1 + L_{22} I_2 \end{cases}$$

$L_{11}; L_{22} \rightarrow$ coeficientes de autoindução
 $L_{12}; L_{21} \rightarrow$ coeficientes de indução mútua

$$\phi = LI$$

Fluxo magnético
 L : coeficiente indução

$$V_L = L \frac{dI}{dt}$$



Potencial de uma bobina: N espiras
Bobina (indutor): Armazena energia magnética

$$L = \frac{\mu_0 N^2 \pi R^2}{h}$$

Coefficiente de autoindução de uma bobina

$$\mathcal{E} = - \frac{d\phi}{dt} = - \frac{d}{dt} \left(\iint_S \vec{B} \cdot \vec{n} ds \right)$$

$$\Rightarrow \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{d}{dt} \left(\iint_S \vec{B} \cdot \vec{n} ds \right)$$

$$\Rightarrow \iint_S (\nabla \times \vec{E}) \cdot \vec{n} ds = \iint_S \left(- \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right) \cdot \vec{n} ds$$

$$\Rightarrow \nabla \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

A lei de Ampère é válida em termos exatos no caso da corrente elétrica estacionária. No entanto, para campos variáveis tem um problema (caso em que $\nabla \cdot \vec{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$)

A solução do problema (por Maxwell em 1865) \Rightarrow introduzindo $\nabla \times \vec{B} = \mu_0 (\vec{J} + \vec{X})$

$$\vec{X} = \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot \vec{X} = -\nabla \cdot \vec{J}$$

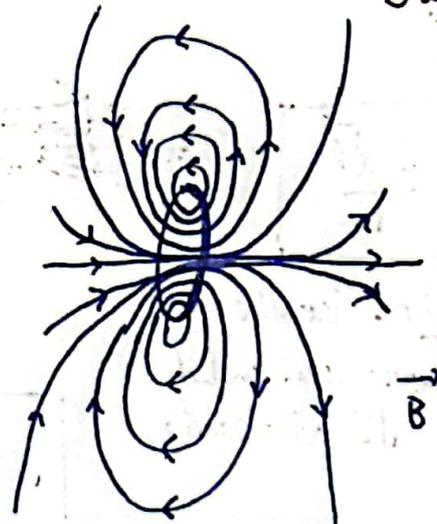
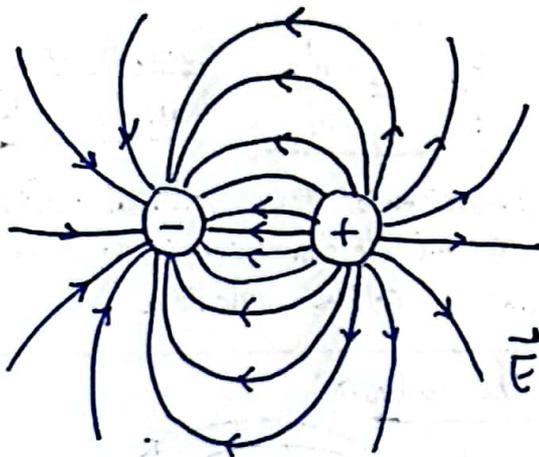
$$\nabla \cdot \vec{X} = \frac{\partial \rho}{\partial t}$$

Corrente elétrica deslocamento

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \left[\sum I_{int} + \frac{d\phi_p}{dt} \right]$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \underbrace{\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}}_{\vec{J}_{desl}}$$

Lei de Ampère - Maxwell



Dipolo elétrico momento dipolar elétrico

Dipolo magnético

$$V_p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{p} \cdot \vec{e}_r}{r^2}$$

$$\vec{E}_p = -\nabla V_p \quad \vec{p} = q\vec{d}$$

$$\vec{A}_p = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{IA \sin\theta \vec{e}_\varphi}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{m} \times \vec{e}_r}{r^2}$$

$$\vec{B}_p = \nabla \times \vec{A}_p \quad \vec{m} = IA \vec{e}_z$$

$$\vec{E}_p = \frac{p}{4\pi\epsilon_0 r^3} (2\cos\theta \cdot \vec{e}_r + \sin\theta \cdot \vec{e}_\theta)$$

$$\vec{B}_p = \frac{\mu_0 m}{4\pi r^3} (2\cos\theta \cdot \vec{e}_r + \sin\theta \cdot \vec{e}_\theta)$$

$$\vec{m} = \frac{q}{2m} \vec{L}$$

$$\vec{\mu}_l = \frac{e\hbar}{2m_e} \frac{\vec{L}}{\hbar} = \mu_B \frac{\vec{L}}{\hbar}$$

$$\vec{\mu}_s = -2 \times \frac{e\hbar}{2m_e} \frac{\vec{S}}{\hbar} = -2\mu_B \frac{\vec{S}}{\hbar}$$

Relação entre momento magnético e momento angular

Momento magnético orbital do elétron

Momento magnético de spin do elétron

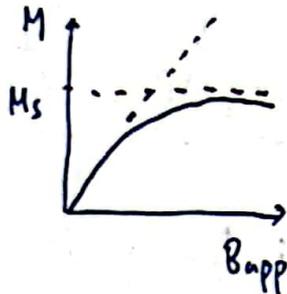
Substâncias

- Diamagnéticas: ^{apresenta em todos os materiais} sem momentos magnéticos intrínsecos, repelidas pelo campo magnético
- Paramagnéticas: com momentos magnéticos intrínsecos, sem magnetização permanente, fracamente atraídas pelo campo magnético
- Ferromagnéticas: com momentos magnéticos intrínsecos, com magnetização permanente, fortemente atraídas pelo campo magnético

$$M = \frac{1}{3} \frac{\mu B_{app} M_s}{kT}$$

Lei de Curie:

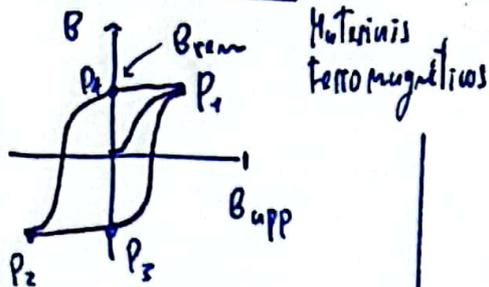
Magnetização em função do campo aplicado num material paramagnético



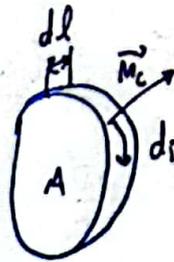
⇒ Nas substâncias ferromagnéticas os momentos magnéticos intrínsecos tendem a alinhar-se com o campo formado pelos vizinhos

⇒ O alinhamento dos momentos dipolares magnéticos intrínsecos dá-se abaixo de uma dada temperatura (T_c - temperatura de Curie)

Ciclo de Histerese



Histerese - tendência de um sistema para manter as suas propriedades na ausência de um estímulo que as gerou



⇒ \vec{M} - vetor magnetização macroscópica (Momento magnético por unidade de volume)



⇒ $d_i = d_{im} =$ corrente equivalente de Ampère na secção do condutor de comprimento dl



⇒ $|\vec{m}| = d_i \cdot a$ - momento dipolar magnético microscópico da corrente equivalente de Ampère ($A = \sum a$)

⇒ dN - número de dipolos magnéticos no volume dV

⇒ \vec{M}_c - vetor normal à exterior da corrente superficial de magnetização

⇒ \vec{j}_M - densidade de corrente superficial de magnetização

$$\vec{j}_M = \vec{M} \times \vec{M}_c$$

$$\vec{M} = \frac{dN}{dV} \vec{m}$$

$$|\vec{M}| = |\vec{j}_M| \quad |dN/dV| |\vec{m}| = d_i \cdot a$$

$$\vec{J}_M = \nabla \times \vec{M}$$

Corrente de magnetização por unidade de superfície

$$\vec{J} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} \times \vec{m}'_c$$

Corrente por unidade de comprimento

$$\vec{J}_M = \vec{M} \times \vec{m}'_c$$

Densidade de corrente superficial de magnetização

No vácuo:
$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Na presença de matéria:
$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 (\vec{J} + \vec{J}_{desl} + \vec{J}_p + \vec{J}_M)$$

Corrente de condução \downarrow \vec{J}
 Corrente de deslocamento \downarrow $\epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$
 Corrente de polarização \downarrow $\vec{J}_p = \frac{\partial \vec{P}}{\partial t}$
 Corrente de magnetização \downarrow $\vec{J}_M = \nabla \times \vec{M}$

$$\vec{J}_p = \frac{\partial \vec{P}}{\partial t}$$

\Rightarrow Corrente de polarização: resulta do movimento de cargas elétricas no processo de polarização

Densidade de corrente de polarização

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \left[\vec{J} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{P}}{\partial t} + (\nabla \times \vec{M}) \right]$$

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$$

Campo da corrente de condução

$$\Leftrightarrow \nabla \times \left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} \right) - (\nabla \times \vec{M}) = \vec{J} + \frac{\partial}{\partial t} (\underbrace{\epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}}_{\vec{D}})$$

$$\Leftrightarrow \nabla \times \left(\underbrace{\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}}_{\vec{H}} \right) = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\Leftrightarrow \nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\vec{B} = \mu (\vec{H})$$

$$\mu = \mu_0 (1 + \chi_m)$$

μ - Permeabilidade Magnética

$$\vec{M} = \chi_m \vec{H}$$

Magnetização

χ_m - Suscetibilidade Magnética

$$\Leftrightarrow \iint_S (\nabla \times \vec{H}) \cdot \vec{m} \, ds = \iint_S \left(\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \cdot \vec{m} \, ds$$

$$\Leftrightarrow \oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = \iint_S \left(\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \cdot \vec{m} \, ds$$

Lei de Ampère-Maxwell na presença de matéria

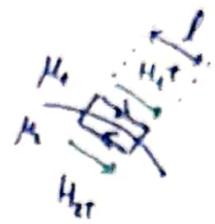
Condições de fronteira na superfície de separação entre dois meios de permeabilidades magnéticas diferentes:



$$\oint_S \vec{B} \cdot \vec{n} ds = 0$$

$$B_{1N} - B_{2N} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{H_{1N}}{H_{2N}} = \frac{\mu_2}{\mu_1}$$



$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = \iint_S \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \cdot \vec{n} ds$$

$$\Rightarrow H_{1T} l - H_{2T} l = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{H_{1T} = H_{2T}}$$

$$\boxed{W_m = U_L = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} \Phi I}$$

Energia Magnética de um solenoide

$$\boxed{u_B = \frac{dW_m}{dV} = \frac{1}{2\mu_0} B^2}$$

Densidade de energia magnética

$$\boxed{P = \iiint_V \vec{E} \cdot \vec{j} dV = - \oint_S \vec{S} \cdot \vec{n} ds - \frac{d}{dt} \iiint_V (u_E + u_B) dV}$$

Teorema de Poynting - Potência

densidade de energia elétrica

densidade de energia magnética

$$\boxed{\vec{E} \cdot \vec{j}}$$

Densidade de potência
no vol. dV associada ao movimento de cargas elétricas

$$\boxed{\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H} = \frac{1}{\mu} (\vec{E} \times \vec{B})}$$

Vetor de Poynting: Fluxo de potência por unidade de área na superfície S

① Se não houver movimento de cargas (vácuo)

$$P = \iiint_V \vec{E} \cdot \vec{j} dV = 0$$

② Se as densidades elétricas e magnéticas são constantes e há movimento de cargas

$$P = \iiint_V \vec{E} \cdot \vec{j} dV = - \oint_S \vec{S} \cdot \vec{n} ds$$

Ondas:

$$f = \frac{1}{T}$$

frequência

$$v = \frac{\lambda}{T}$$

velocidade de fase

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = 0$$

Equação de onda

$$\phi = \phi(u) \\ \Leftrightarrow u = x \pm vt$$

Solução da equação de onda

$$\phi(x,t) = A \sin[k(x-vt)]$$

$$x = \lambda \Rightarrow k\lambda = 2\pi \\ t = T \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$w = kv = \frac{2\pi}{\lambda} v$$

Onda sinusoidal produzida por uma dipolo

$$= A \cos(kx - \omega t + \alpha)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \xrightarrow{\nabla \times} \nabla \times (\nabla \times \vec{E}) = -\frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \vec{B}) = \epsilon \mu \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$\nabla^2 \vec{E} - \epsilon \mu \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0$$

$$\nabla \times \vec{B} = \epsilon \mu \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \xrightarrow{\nabla \times} \nabla \times (\nabla \times \vec{B}) = \epsilon \mu \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \vec{E}) = -\frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2}$$

$$\nabla^2 \vec{B} - \epsilon \mu \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = 0$$

este sistema de

$$\frac{1}{c_m^2} = \mu \epsilon$$

Nota: $\nabla \times (\nabla \times \vec{f}) = \nabla(\nabla \cdot \vec{f}) - \nabla^2 \vec{f}$

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = 3,0 \times 10^8 \text{ m/s}$$

Velocidade de propagação do campo eletromagnético no vácuo

$$c_m = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_m \mu_m}}$$

velocidade de propagação do campo eletromagnético num certo meio

$$\vec{E} = E_0 \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \phi) \\ = \text{Re} \{ E_0 e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \phi)} \}$$

Ondas eletromagnéticas planas sinusoidais

$$\vec{e}_p = \frac{\vec{E}_0}{|\vec{E}_0|}$$

Onda polarizada linearmente (direção de polarização)

$$k_x \vec{e}_x + k_y \vec{e}_y + k_z \vec{e}_z = |\vec{k}| \vec{m} = k \vec{m} \\ |\vec{k}| = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Vetor onda

$$\vec{m} = \frac{\vec{k}}{|\vec{k}|} = \frac{k_x \vec{e}_x + k_y \vec{e}_y + k_z \vec{e}_z}{\sqrt{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2}}$$

Direção de propagação

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \phi)}$$

Expressão campo elétrico

$$\vec{B} = B_0 e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \phi)}$$

Expressão campo magnético

Ainda para ondas eletromagnéticas planas sinusoidais

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = E_0 e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \phi)}$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = i \vec{k} \cdot \vec{E}$$

$$\nabla \times \vec{E} = i(\vec{k} \times \vec{E})$$

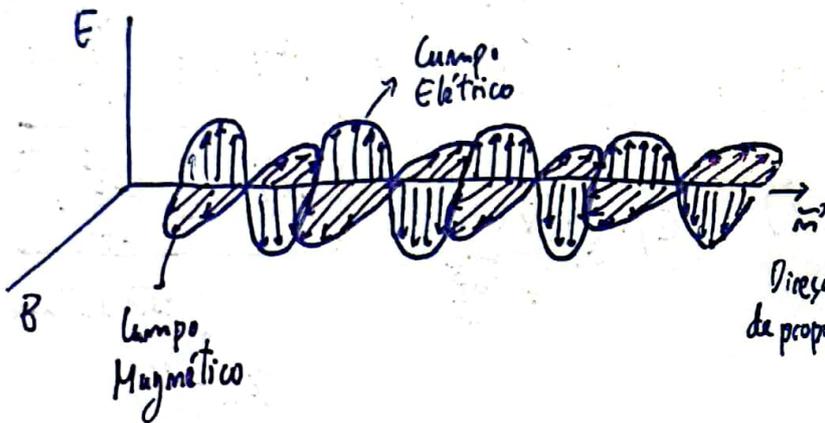
$$\frac{d}{dt} \vec{E}(\vec{r}, t) = i\omega \vec{E}(\vec{r}, t)$$

(idem para o campo \vec{B})

$$\begin{cases} -i(\vec{k} \times \vec{E}) = i\omega \vec{B} \\ -i(\vec{k} \times \vec{B}) = i\omega \epsilon \mu \vec{E} \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{k}{\omega} = \frac{k_m}{\omega} = \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right) \frac{m}{2\pi f} \\ = \frac{m}{\lambda f} = \frac{m}{c_m} \\ \frac{1}{\epsilon \mu} = c_m^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \vec{B} = \left(\frac{\vec{k}}{\omega}\right) \times \vec{E} \\ \vec{E} = -\frac{1}{\epsilon \mu} \left(\frac{\vec{k}}{\omega}\right) \times \vec{B} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \vec{B} = \frac{1}{c_m} (\vec{m} \times \vec{E}) \\ \vec{E} = -c_m (\vec{m} \times \vec{B}) \end{cases}$$



$$|\vec{B}| = \frac{|\vec{E}|}{c_m}$$

$$u_{EM} = u = u_E + u_B = \epsilon E^2$$

$$\langle u_{EM} \rangle = \epsilon \langle E^2 \rangle = \frac{1}{2} \epsilon E_0^2$$

Densidade de energia média de uma OEM não polarizada ou polarizada linearmente

$$\vec{S} = \epsilon_0 c_m E^2 \vec{m} = c_m u_{EM} \vec{m}$$

Vetor de Poynting numa OEM

$$I = \langle |\vec{S}| \rangle = \epsilon c_m \langle E^2 \rangle = \frac{1}{2} \epsilon c_m E_0^2$$

Intensidade de uma OEM não polarizada ou polarizada linearmente