Equações Diferenciais Ordinárias (EDO): (caso escalar)

$$\boxed{\dot{y} + a(t)\,y = b(t)}$$

Equações lineares não homogéneas

1. Determinar fator integrante $\mu(t) = e^{\int a(t)\,dt}$
2. Multiplicar expressão por fator
3. Resolver EDO linear homogénea

Nota: Não esquecer substituir pela condição inicial e domínio de diferenciabilidade se necessário (intervalo máximo de solução) que contém $\frac{\pi}{2}$ se condi. inicial $x(\frac{\pi}{2})$

$$\boxed{\dot{x} = a(t)\,x + \beta(t)\,x^m}$$

Equações de Bernoulli

A mudança de variável $y = (x(t))^{1-m}$ resolve

$$\boxed{f(y)\frac{dy}{dt} = g(t)} \Leftrightarrow \int f(y)\,dy = \int g(t)\,dt$$

Equações Separáveis

Ambos os lados da equação só dependem exclusivamente de uma variável. Integram-se ambos os lados

Nota: Eqs do tipo: $\dot{y} = f(at+by+c)$, $v = at+by+c$ é uma mud. variável

$$\boxed{M(t,y) + N(t,y)\frac{dy}{dt} = 0}$$

Equações exatas $M = \frac{\partial \phi}{\partial t}$, $N = \frac{\partial \phi}{\partial y}$

1. Verificar se equação é exata $\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial t}$
2. Se for, $\exists \phi : \nabla\phi = (M,N)$ e $\phi(x,y) = C$, calcular $\phi(y,t)$ define implicitamente a solução
3. Calcular sol. geral da equação implícita e explícita se possível

Nota: Calcular C com condição inicial e se $M(t_0,y_0)N(t_0,y_0) \neq 0$, o Teorema da Função Implícita garante a existência de solução única do PVI.

Equações redutíveis a exatas: Multiplicando ambos os termos da equação:

$$\frac{\partial(\mu M)}{\partial y} = \frac{\partial(\mu N)}{\partial t} \Leftrightarrow \frac{\partial \mu}{\partial y}M + \mu\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial \mu}{\partial t}N + \mu\frac{\partial N}{\partial t}$$

1. Presume-se $\mu = \mu(t)$ ou $\mu = \mu(y)$ e vê-se qual dá certo
2. Multiplica-se o μ calculado em ambos termos e resolve-se a equação exata

ou $\mu(t_0)$ ou $\mu(y_0)$

Únicas não lineares: Separáveis, Exatas, Red. Exatas

Equações Diferenciais Ordinárias (EDO): (Caso Vetorial)

$$y_p(t) = e^{A(t-t_0)} y_0 + e^{At}\int_{t_0}^{t} e^{-As}\, b(s)\, ds \rightarrow y' = Ay + b$$ Caso não homogéneo

$$x(t) = e^{A(t-t_0)} x(t_0) \rightarrow x' = Ax$$ Caso homogéneo

Calcular exponencial de uma matriz (e^{At}):

Nota: Se for Matriz de Sol. fundamental $\rightarrow e^{At} = S(t)\, S^{-1}(0)$

① Calcular os valores próprios ($\det(A-\lambda I)=0$)

② Calcular $(A-\lambda I)v_1 = 0$ dos val. próprios

Matriz Diagonalizável

(mult. algebrica = mult. geométrica)

① $\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_m \end{bmatrix}$ $A = S\Lambda S^{-1}$

② Calcular vetores próprios

$S = \begin{bmatrix} | & & | \\ v_1 & \cdots & v_m \\ | & & | \end{bmatrix}$

Nota: Se algum λ tiver mult. algebrica >1 então $(A-\lambda I)v_2 = v_1$, etc...

③ $e^{At} = S e^{\Lambda t} S^{-1}$

Nota:

$$e^{\Lambda t} = \begin{bmatrix} e^{\lambda_1 t} & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & e^{\lambda_m t} \end{bmatrix}$$

É uma solução

Caso especial: se λ for imaginário

① $y(t) = e^{it}[v_1] = (\cos t + i\sin t)[v_1]$

② $S(t) = [\cos t\, v_1 \quad \sin t\, v_1]$

③ $e^{At} = S(t)\, S^{-1}(0)$

Matriz Não Diagonalizável

(mult. algébrica $\neq$ mult. geométrica)

① $J = \begin{bmatrix} J_{\lambda_1}^{m_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & J_{\lambda_k}^{m_k} \end{bmatrix}$

em que $J_\lambda^k = \begin{bmatrix} \lambda & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix}$ Matriz Jordan

$$e^{Jt} = \begin{bmatrix} e^{\lambda t} & te^{\lambda t} & \frac{t^2}{2!}e^{\lambda t} & \cdots & \frac{t^{k-1}}{(k-1)!}e^{\lambda t} \\ 0 & e^{\lambda t} & te^{\lambda t} & \cdots & \frac{t^{k-2}}{(k-2)!}e^{\lambda t} \\ 0 & 0 & e^{\lambda t} & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & e^{\lambda t} \end{bmatrix}$$

② Calcular vetores próprios

$S = \begin{bmatrix} | & & | \\ v_1 & \cdots & v_m \\ | & & | \end{bmatrix}$

③ $e^{At} = S e^{Jt} S^{-1}$

A é diagonal por blocos

① $A = \begin{bmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & A_k \end{bmatrix}$

$\Rightarrow e^{At} = \begin{bmatrix} e^{A_1} & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & e^{A_k} \end{bmatrix}$

Caso $A = I + N$

① Chegar $N, N^2, \ldots, N^m$ até zero

② Somar tudo

→ Exponencial de uma matriz:

$$e^{At} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(tA)^k}{k!} = I + tA + \frac{t^2}{2}A^2 + \frac{t^3}{6}A^3 + \ldots + \frac{t^k}{k!}A^k + \ldots$$

Equações lineares de ordem m (EDO) (Caso Escalar)

$$y^{(m)}(t) = f(t, y(t), y'(t), \dots, y^{(m-1)}(t))$$

① Substituir $\dot{y}$ por D_y

② Escrever o polinómio característico e resolvê-lo (Ruffini ou Formula Resolvente)

③ Fazer uma tabela c/ raízes ; multiplicidade e bases

Raiz	Multiplicidade	Base

④ A base do espaço de soluções é $B = \{\dots\}$ e a solução geral é $y(t) = \dots$

⑤ Com PVI : calcular $y(t), y'(t) \dots$ e igualar à condição inicial de forma a chegar a $C_0, C_1, \dots, C_m$

• $W(x)$ é matriz Wronskiana:

$$W(t) = \begin{bmatrix} y_1 & \cdots & y_m \\ y'_1 & \cdots & y'_m \\ y_1^{(m-1)} & \vdots & y_m^{(m-1)} \end{bmatrix}$$

Para caso não homogéneo :

① Repetir processo anterior

② Determinar Polinómio Aniquilador , tal que $P_A(D)\,P(D)\,y = 0$

③ Faz-se a tabela inversa das bases tendo em conta as bases da eq. homogenea

Calcular bases :

Para $k < m$: $(D-\lambda)^m t^k e^{\lambda t} = 0$

Caso 1: $\lambda_j \in \mathbb{R}$

$e^{\lambda_j t}, t e^{\lambda_j t}, t^2 e^{\lambda_j t}, \dots, t^{m_j - 1} e^{\lambda_j t}$;

Caso 2: $\lambda_j = \alpha_j \pm i\beta_j$

$e^{\alpha_j t}\cos(\beta_j t), t e^{\alpha_j t}\cos(\beta_j t), \dots, t^{m_j-1} e^{\alpha_j t}\cos(\beta_j t)$

$e^{\alpha_j t}\sin(\beta_j t), t e^{\alpha_j t}\sin(\beta_j t), \dots, t^{m_j-1} e^{\alpha_j t}\sin(\beta_j t)$;

Calcular Polinómio Aniquilador :

$t^p e^{\lambda t} \rightarrow : P_A(D) = (D-\lambda)^{p+1}$

$$\left.\begin{array}{l} t^p e^{\alpha t}\cos(\beta t) \\ t^p e^{\alpha t}\sin(\beta t) \end{array}\right\} P_A(D) = (D-(\alpha+i\beta))^{p+1} \times (D-(\alpha-i\beta))^{p+1} = \left((D-\alpha)^2+\beta^2\right)^{p+1}$$

Se for outro caso : → caso homogeneo

$$y(t) = y_p(t) + y_G(t)$$

$$y_p(t) = \underbrace{[y_1(t) \dots y_m(t)]}_{\text{obtido da sol homogenea}} \int^t W^{-1}(s) \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ h(s) \end{bmatrix} ds$$

$h(s)$ ↓ eq tá à direita

(*)

Calcular Matriz Inversa 3x3

$$\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{det} \begin{bmatrix} ei-fh & -(bi-ch) & bf-ce \\ -(di-fg) & ai-cg & -(af-cd) \\ dh-eg & -(ah-bg) & ae-bd \end{bmatrix}$$

Calcular Matriz Inversa 2x2

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

Coordenadas Polares:

$$\begin{cases} x = r\cos\theta \\ y = r\,\mathrm{sim}\,\theta \end{cases} \qquad \det D(r,\theta) = r$$

Coordenadas Cilíndricas:

$$\begin{cases} x = \rho\cos\theta \\ y = \rho\,\mathrm{sim}\,\theta \\ z = z \end{cases} \qquad \det D(\rho,\theta,z) = \rho$$

Coordenadas Esféricas:

$$\begin{cases} x = \rho\cos\theta\,\mathrm{sim}\,\phi \\ y = \rho\,\mathrm{sim}\,\theta\,\mathrm{sim}\,\phi \\ z = \rho\cos\phi \end{cases} \qquad \det D(\rho,\theta,\phi) = \rho^2\,\mathrm{sim}\,\phi$$

Frações Simples:

exemplo:

$$\frac{Q}{(x-2)^2(x^2+2)} = \frac{A}{(x-2)} + \frac{B}{(x-2)^2} + \frac{Cx+D}{x^2+2}$$

$$A(x-2)^2(x^2+2) + B(x-2)(x^2+2) + (Cx+D)(x-2)(x-2)^2 = Q$$

Integração por partes:

$$\int_a^b u\,dv = uv\Big|_a^b - \int_a^b v\,du$$

Integração por substituição:

$$\int_a^b f(g(x))\,g'(x)\,dx = \int_{g(a)}^{g(b)} f(u)\,du$$

exemplo:

$$\int x^3 e^{x^4} dx \qquad u = x^4$$

$$= \frac{1}{4}\int e^u\,du \qquad \frac{du}{dx} = 4x^3$$

$$= \frac{1}{4} e^u + c \qquad du = 4x^3 dx$$

$$= \frac{1}{4} e^{x^4} + c$$

Teoremas da Divergência e de Stokes

$$\boxed{(x-P)\cdot\vec{N}=0}$$

Equação Plano Tangente

$$\boxed{x=P+\lambda\vec{N},\ \lambda\in\mathbb{R}}$$

Reta normal

$$\boxed{\vec{T_1}=\frac{\partial\phi}{\partial u} \qquad \vec{T_2}=\frac{\partial\phi}{\partial v}}$$

Vetores tangentes à superfície $\phi(u,v)$

$$\boxed{\int_S f\,dS=\iint_{\mathcal{U}} f(\phi(u,v))\left\|\frac{\partial\phi}{\partial u}\times\frac{\partial\phi}{\partial v}\right\|du\,dv}$$

Integral de Superfície de f em S

$$\boxed{\vec{N}=\frac{\partial\phi}{\partial u}\times\frac{\partial\phi}{\partial v}}$$

Vetor normal à superfície $\phi(u,v)$

$$\boxed{A(S)=\iint_S\left\|\frac{\partial\phi}{\partial u}\times\frac{\partial\phi}{\partial v}\right\|du\,dv}$$

Area de uma superfície parametrizada

$$\boxed{\vec{m}=\frac{\frac{\partial\phi}{\partial u}\times\frac{\partial\phi}{\partial v}}{\left\|\frac{\partial\phi}{\partial u}\times\frac{\partial\phi}{\partial v}\right\|}}$$

Vetor normal unitário

$$\boxed{\iint_S\vec{F}(\phi(u,v))\cdot\vec{m}\left\|\frac{\partial\phi}{\partial u}\times\frac{\partial\phi}{\partial v}\right\|}$$

Fluxo do campo vetorial

$$\boxed{\iint_{\partial D}\vec{F}\cdot\vec{m}\,dS=\iiint_{D_\Sigma}\nabla\cdot\vec{F}\,dV}$$

Teorema de Gauss (só aplicar se superfície for fechada)

$$\boxed{\int_{\partial S}F\,ds=\int_{t_i}^{t_f}F(\gamma(t))\cdot\gamma'(t)\,dt}$$

Integral de linha de f em ∂S

$$\boxed{\operatorname{div}F=\nabla\cdot F=\left(\frac{\partial}{\partial x},\frac{\partial}{\partial y},\frac{\partial}{\partial z}\right)\cdot(F_1,F_2,F_3)}$$

Divergência de F

$$\boxed{\iint_S(\nabla\times\vec{F})\,\vec{m}\,dS=\int_{\partial S}\vec{F}\cdot d\vec{\gamma}}$$

Teorema de Stokes

$$\boxed{\operatorname{rot}F=\nabla\times F=\begin{vmatrix} e_1 & e_2 & e_3\\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z}\\ F_1 & F_2 & F_3\end{vmatrix}}$$

Rotacional de F

$$\boxed{\vec{A}(x,y,z)=\int_0^1\left(\vec{F}(tx,ty,tz)\times(tx,ty,tz)\right)dt \iff \nabla\times\vec{A}=\vec{F}}$$

Potencial vetorial para $\vec{F}$ (é preciso $\nabla\cdot\vec{F}=0$)

Transformadas de Laplace

→ Aplica-se a Trans. de Laplace a ambos os termos da equação e resolve-se em ordem à transformada e obtém-se a inversa.

$f(t) = \mathcal{L}^{-1}\{F(s)\}$	$F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\}$
1	$\frac{1}{s}$, $s>0$
e^{at}	$\frac{1}{s-a}$, $s>a$
$\sin(at)$	$\frac{a}{s^2+a^2}$, $s>0$
$\cos(at)$	$\frac{s}{s^2+a^2}$, $s>0$
$\sinh(at)$	$\frac{a}{s^2-a^2}$, $s>\lvert a\rvert$
$\cosh(at)$	$\frac{s}{s^2-a^2}$, $s>\lvert a\rvert$
t^m	$\frac{m!}{s^{m+1}}$, $s>0$
$e^{at}f(t)$	$F(s-a)$, $s>a+\alpha$
$H_a(t)$	$\frac{e^{-as}}{s}$, $s>0$
$H_a(t)\,f(t-a)$	$e^{-as}F(s)$
$t^m f(t)$	$(-1)^m F^{(m)}(s)$, $s>0$
$f^{(m)}(t)$	$s^m F(s) - s^{m-1}f(0) - s^{m-2}f'(0) - \dots s f^{(m-2)}(0) - f^{(m-1)}(0)$, $s>0$

Casos Importantes:

① $f(t) = \begin{cases} 0 & 0<t<1 \\ t+1 & 1\leq t<2 \\ 1 & t\geq 2 \end{cases}$ $\quad f(t) = 0\,(H_0(t) - H_1(t)) - (t+1)\,(H_1(t) - H_2(t)) + (1)\,(H_2(t))$

② $\mathcal{L}\{(t^2-4t+5)\,H_3(t)\}$ $\quad a=3 \quad t\to t+3$

$= e^{-3s}\,\mathcal{L}\{(t+3)^2+4(t+3)+5\}$

③ $\mathcal{L}^{-1}\{e^{-6s}\left(-\frac{1}{3(s-2)}\right)\}$ $\quad a=6 \quad t\to t-6$

$= H_6(t)\left(-\frac{1}{3}e^{2(t-6)}\right)$

Série de Fourier:

$$SF_{f(x)} = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n \cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right) + b_n \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)\right)$$

$$a_0 = \frac{1}{L}\int_{-L}^{L} f(x)\,dx \qquad a_n = \frac{1}{L}\int_{-L}^{L} f(x)\cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right)dx$$

$$b_n = \frac{1}{L}\int_{-L}^{L} f(x)\sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)dx$$

— // —

$f: [-L, L] \to \mathbb{R}$ é par se $f(x) = f(-x)$

$f: [-L, L] \to \mathbb{R}$ é ímpar se $f(x) = -f(-x)$

$f_{par} \times f_{par} = f_{par}$

$f_{par} \times f_{impar} = f_{impar}$

$f_{impar} \times f_{impar} = f_{par}$

$$\int_{-L}^{L} f_{par} = 2\int_{0}^{L} f_{par}$$

$$\int_{-L}^{L} f_{impar} = 0$$

$f_{par} \Rightarrow b_n = 0$

$f_{impar} \Rightarrow a_n = 0$

sim é função ímpar !

cos é função par !

— // —

de $f: [0, L] \to \mathbb{R}$ a $[-L, 0]$

prolongamento par (série cossenos):

$f: [-L, L] \to \mathbb{R}$

$$\hat{f}(x) = \begin{cases} f(x), & 0 \leq x \leq L \\ f(-x), & -L \leq x \leq 0 \end{cases}$$

prolongamento ímpar (série senos)

$$\tilde{f}(x) = \begin{cases} f(x), & 0 < x \leq L \\ -f(-x), & -L \leq x < 0 \end{cases}$$

- A serie de senos/cossenos de f no intervalo $[0, L]$ é uma restrição da serie de Fourier da extensão ímpar de f ao intervalo $[-L, L]$

$$S_{cos} f(x) = \begin{cases} f(x) & \text{sendo } x \text{ um ponto de continuidade} \\ \frac{f(x^+)+f(x^-)}{2} & \text{sendo } x \text{ um ponto de descontinuidade} \\ f(L) & \text{, se } x = L \\ f(0) & \text{, se } x = 0 \end{cases}$$

$$S_{sen} f(x) = \begin{cases} f(x) & \text{sendo } x \text{ um ponto de continuidade} \\ \frac{f(x^+)+f(x^-)}{2} & \text{sendo } x \text{ um ponto de descontinuidade de } f \\ 0 & \text{se } x = L \\ 0 & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

$$SF_{f(x)} = \begin{cases} f(x) & \text{sendo } x \text{ um ponto de continuidade de } f \\ \frac{f(x^+)+f(x^-)}{2} & \text{sendo } x \text{ um ponto de descontinuidade de } f \\ \frac{f(L^-)+f(-L^+)}{2} & \text{sendo } x = -L \text{ ou } x = L \end{cases}$$

$$a_0 = \frac{2}{L}\int_0^L f(x)\,dx$$

$$S_{cos} f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \qquad a_n = \frac{2}{L}\int_0^L f(x)\cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right)dx$$

$$S_{sin} f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \qquad b_n = \frac{2}{L}\int_0^L g(x)\sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)dx$$

Problema de valores na fronteira homogéneo (PVF):

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t} = K \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} & , t>0 \ , x \in]0,L[\\ u(t,0) = u(t,L) = 0 & , t>0 \\ u(0,x) = f(x) & , x \in]0,L[\end{cases}$$

(Caso 1)

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t} = k \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} & , t>0 \ x \in]0,L[\\ \dfrac{\partial u}{\partial x}(t,0) = \dfrac{\partial u}{\partial x}(t,L) = 0 & , t>0 \\ u(0,x) = f(x) & , x \in]0,L[\end{cases}$$

(Caso 2)

Para ambos: Usar metodo de separação das variáveis

1. Considerando $u(t,x) = T(t) \times X(x)$

2. Igualar a uma constante λ cada termo

3. Resolver EDO's $\to$ $\lambda = \dfrac{T'(t)}{k\,T(t)}$, $\lambda = \dfrac{X''(x)}{X(x)}$

4. $$X(x) = \begin{cases} B e^{\sqrt{\lambda} x} + C e^{-\sqrt{\lambda} x} & \text{se } \lambda > 0 \\ Bx + C & \text{se } \lambda = 0 \\ B \cos\sqrt{-\lambda}\, x + C \sin\sqrt{-\lambda}\, x & \text{se } \lambda < 0 \end{cases}$$

5. Resolver $\lambda = \dfrac{T'(t)}{k\,T(t)}$ como uma EDO normal

6. Caso 1:

$X(x) = C \sin\left(\dfrac{n\pi}{L}\right)$

para $\lambda = \dfrac{-n^2\pi^2}{L}$

$$u(t,x) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n e^{\left(-\frac{n^2\pi^2}{L^2} - 1\right)t} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$$

Caso 2:

$X(x) = C \cos\left(\dfrac{n\pi}{L}\right) \wedge X(x) = B$

para $\lambda = \dfrac{-n^2\pi^2}{L}$ para $\lambda = 0$

$$u(t,x) = B e^{-t} + \sum_{n=1}^{\infty} B_k e^{\left(-\frac{\pi^2 n^2}{L^2} - 1\right)t} \cos\left(\frac{n\pi}{L} x\right)$$

Problema de valores na fronteira não homogeneo

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = K \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - u & t>0 \ , x \in]0,L[\\ u(t,0) = T_1 \ , u(t,L) = T_2 \ , t>0 \\ u(0,x) = f(x) & , x \in]0,L[\end{cases}$$

R: Usar metodo de separação de variáveis

① Considerando $u(t,x) = u_e(x) + v(t,x)$

$u_e(x)$ é a solução de: $\begin{cases} u_e = K \cdot u_e''(x) \\ u_e(t) = T_1 \ , u(L) = T_2 \\ u_e(x) = f(x) \end{cases}$

① Resolver EDO $u_e = K \cdot u_e''(x)$

② $u_e = \begin{cases} Be^{\sqrt{\lambda}x} + Ce^{-\sqrt{\lambda}x} & se\ \lambda>0 \\ Bx + C & se\ \lambda=0 \\ B\cos\sqrt{-\lambda}x + C\sin\sqrt{-\lambda}x & se\ \lambda<0 \end{cases}$

③ Escolher caso 1 ou caso 2 da pág anterior

② Resolver $w(x,t)$ (é uma homogenea)

$$\begin{cases} \frac{\partial w}{\partial t} = K \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - w \ , t>0 \ , x \in]0,L[\\ u(t,0) = 0 = u(t,L) \ , t>0 \\ u(0,x) = f(x) \ , x \in]0,L[\end{cases}$$

Resolve-se exatamente como na página atrás

③ Substituir e com a condição inicial chegar à expressão final.

Chegar B_n para os dados n

Digitalizada com CamScanner

TABELA DAS TRANSFORMADAS DE LAPLACE

$f(t) = \mathcal{L}^{-1}\{F(s)\}$	$F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\}\ ,\ s > \alpha$
1	$\frac{1}{s}\ ,\ s > 0$
e^{at}	$\frac{1}{s-a}\ ,\ s > a$
$\sin(at)$	$\frac{a}{s^2+a^2}\ ,\ s > 0$
$\cos(at)$	$\frac{s}{s^2+a^2}\ ,\ s > 0$
$\sinh(at)$	$\frac{a}{s^2-a^2}\ ,\ s > \lvert a\rvert$
$\cosh(at)$	$\frac{s}{s^2-a^2}\ ,\ s > \lvert a\rvert$
t^n	$\frac{n!}{s^{n+1}}\ ,\ s > 0$
$f(at)$	$\frac{1}{a}F(\frac{s}{a})\ ,\ s > a\alpha$
$e^{at}f(t)$	$F(s-a)\ ,\ s > a+\alpha$
$H_a(t)$	$\frac{e^{-as}}{s}\ ,\ s > 0$
$H_a(t)f(t-a)$	$e^{-as}F(s)$
$t^n f(t)$	$(-1)^n F^{(n)}(s)\ ,\ s > 0$
$f^{(n)}(t)$	$s^n F(s) - s^{n-1}f(0) - s^{n-2}f'(0) - \ldots - sf^{(n-2)}(0) - f^{(n-1)}(0)\ ,\ s > 0$